Der Rosenkelch und seine Form

Botanische Mathematik – mathematische Botanik

Von Gerhart Wagner,
Stettlen

Fotos: Maroia Gsell, Wettingen

Abb. 1 (links): In der Anordnung und im Bau der 5 Kelchblätter einer verblühten Rose gibt sich (von unten nach oben) eine $^2/_5$-Spirale zu erkennen.
Ill. 1 (à gauche): Dans la disposition et la construction des 5 sépales d'une rose, on reconnaît (de bas en haut) les $^2/_5$ d'une spirale.

Abb. 2 (rechts): Die Laubblätter am Rosenzweig sind in einer $^2/_5$-Spirale angeordnet: Das Blatt 6 steht wieder über dem Blatt 1.
Ill. 2 (à droite): Les feuilles d'une branche de rosier sont organisées en un $^2/_5$ de spirale: la feuille 6 se trouve à nouveau au-dessus de la feuille 1.

Der Kelch der Rose, die Krone des Scharbockskrauts, die Hülle des Massliebchenköpfchens, die Schuppen des Föhrenzapfens. Die Leserin und der Leser mögen sich fragen: Was haben denn diese Dinge miteinander zu tun? Zugegeben: botanisch nicht viel – aber mathematisch!

Etwas von diesen Zusammenhängen hat schon der mittelalterliche Gelehrte, Bischof und «Magier» Albertus Magnus (1200–1280) erkannt. Er hat in lateinischen Versen einen Rätselspruch verfasst, der mit diesem Sachverhalt zu tun hat. Übersetzt lautet er folgendermassen: «Fünf sind wir der Brüder unter einer Krone. Zweie sind mit Bart geschaffen, zweie ohne. Einer hat nur einen halben Bart bekommen.» Was ist damit gemeint? Es ist der Rosenkelch.

Schauen wir uns einen solchen Rosenkelch genauer an. Bei den allermeisten Wildrosenarten und auch bei den meisten Zuchtrosen zeigt er den in Abb. 1 ersichtlichen Bau: Zwei der fünf Kelchblätter sind ungeteilt, zwei tragen auf beiden Seiten Fiedern und eines ist nur einseitig befiedert. Wie kommt diese merkwürdige Gesetzmässigkeit zustande?

Sie hat ihre Ursache darin, dass die Blütenorgane in der Evolution der Pflanzen aus Blättern entstanden sind. Man spricht daher mit Recht von Kelchblättern, Kronblättern, Staub- und Fruchtblättern. In manchen Fällen sind Übergänge zwischen diesen «Stockwerken» klar ersichtlich, so etwa bei der Nieswurz, aber oft auch bei einzelnen («missgebildeten») Tulpen, wenn sich beispielsweise ein Kronblatt grün verfärbt. Oder umgekehrt: Wenn das oberste Laubblatt schon die rote Blütenfärbung zeigt. Bei «gefüllten» Blüten werden Staubblätter zu Kronblättern rückgebildet.

Nun stehen aber die Blätter ursprünglich am Stängel übereinander und nicht auf glei-

cher Höhe in Kreisen. Sind sie nicht gegenständig, sondern wechselständig angeordnet, so zeigt sich sehr häufig eine ganz besondere Gesetzmässigkeit: die $2/5$-Spirale. Sie besteht darin, dass das nächst höhere Blatt gegenüber dem tieferen um $2/5$ eines vollen Kreises (das ist ein Winkel von 144°) verschoben ist. Das bewirkt, dass erst das sechste Blatt wieder über dem ersten steht: Es ist gegenüber dem ersten um fünf mal zwei Fünftel verschoben, das ergibt zehn Fünftel, also zwei volle Umdrehungen. An den Stängelblättern der Rose lässt sich das oft gut erkennen (Abb. 2). Diese Anordnung hat den Vorteil, dass die oberen Blätter die unteren minimal beschatten. Die obersten Blätter sind zudem kleiner und weniger gefiedert, oft gibt es Übergänge zu Kelchblättern.

Gleichartige Organe

Aber in der Blüte? Hier stehen die gleichartigen Organe (Kelchblätter, Kronblätter usw.) nicht mehr übereinander, sondern auf gleicher Höhe. Die Spirale ist scheinbar bis auf null zusammengedrückt. Aber eben nur scheinbar: In Wirklichkeit ist die $2/5$-Spirale auch da noch erhalten. Es gibt tatsächlich tiefere und höhere (äussere und innere) Kelchblätter. Sehen wir uns das Bild 1 des Rosenkelchs bezüglich dieser Spielregel genauer an. Die eingesetzten Zahlen zeigen die Reihenfolge der Kelchblätter von unten nach oben: 1 ist das (ursprünglich) tiefste, 5 das höchste Kelchblatt. Das Kelchblatt 2 ist gegenüber 1 im Uhrzeigersinn um $2/5$ eines Kreises verschoben, Kelchblatt 3 wieder um $2/5$ usw. Das (fehlende) sechste käme über das erste zu stehen.

Wir erkennen: Die beiden untersten (1 und 2) sind die gefiederten Kelchblätter, die beiden obersten (4 und 5) die ungefiederten. Das Kelchblatt 3 (das mittlere), ist halbseitig gefiedert, und zwar auf der gegen das Blatt 2 (nicht gegen 4) gerichteten Seite. Das ist die entwicklungsgeschichtliche Erklärung des Rätselspruchs von Albertus Magnus, der freilich davon noch keine Ahnung haben konnte. Aber alle Naturforschung beginnt mit genauer Beobachtung und Beschreibung. Die Erklärung folgt oft viel später – oder gar nicht. Warum sollten wir uns nicht auch über Unerklärtes freuen?

Die Zahl fünf als Ausgangspunkt

Ausgangspunkt der weiteren Betrachtungen ist die Zahl fünf, die nicht nur beim Rosenkelch, sondern in der Geometrie sehr vieler Blüten eine zentrale Rolle spielt. In der Einteilung der Blütenpflanzen von Carl Linné (1707–1778 in Uppsala) nach der Anzahl der Staubblätter (sie wird in der Schul- und Exkursionsflora von Binz / Heitz zusätzlich zum natürlichen System immer noch angegeben) ist die Klasse der Pentandria, der Blüten mit fünf freien Staubblättern, die grösste (sehr viele Pflanzenfamilien gehören hierher). Die Dekandria (zehn Staubblätter, zweimal fünf) können auch noch dazu gezählt werden.

Wenn nun die Anzahl der Kelch-, Kron-, Staubblätter oder auch die Anzahl Blüten in einem Blütenstand grösser wird als fünf, so treten gewisse Zahlen bevorzugt auf. Aus bestimmten wachstumsphysiologischen Gründen (ihre Erklärung würde hier zu weit führen) ist die nächst höhere bevorzugte Zahl $5 + 3 = 8$. Acht ist die Normalzahl bei unserer wunderschönen Frühsommerbergblume Silberwurz. Die Zahl steckt auch in ihrem lateinischen Namen *Dryas octopetala*. Acht ist auch die häufigste (aber bei Weitem nicht konstante) Kronblattzahl beim Scharbockskraut (*Ranunculus ficaria*, Abb. 3).

Bezüglich der Gesetzmässigkeiten bei grösseren Zahlen erweisen sich die Korbblütler (*Asteraceae*) als besonders interessant. Hier geht es nicht mehr um die Zahl der Kron- oder Staubblätter in einer Blüte, sondern um

Abb. 3 (links): Die Blüte des Scharbockskrauts besitzt oft 8 Kronblätter.
Ill. 3 (à gauche): La fleur de la ficaire (Ranunculus ficaria) se compose souvent de 8 pétales.

Abb. 4 (rechts): Die Blütenkopfhülle des Massliebchens besteht fast immer aus 13 Hüllblättern.
Ill. 4 (à droite): L'involucre de la pâquerette se compose presque toujours de 13 bractées.

Résumé

La disposition du calice de la rose, la couronne de la ficaire, l'involucre de la pâquerette, les écailles de la pive. Les lecteurs peuvent se poser la question du rapport commun de ces différents éléments? Pas grand chose en botanique effectivement, mais des points communs au sujet de leurs constructions respectives analysées mathématiquement.

[1] Leonardo Fibonacci oder Leonardo von Pisa (ca. 1180–1250) war ein Zeitgenosse von Albertus Magnus. Er war der erste bedeutende europäische Mathematiker des Mittelalters und lebte am Hof des naturwissenschaftlich hoch interessierten Kaisers Friedrich II.

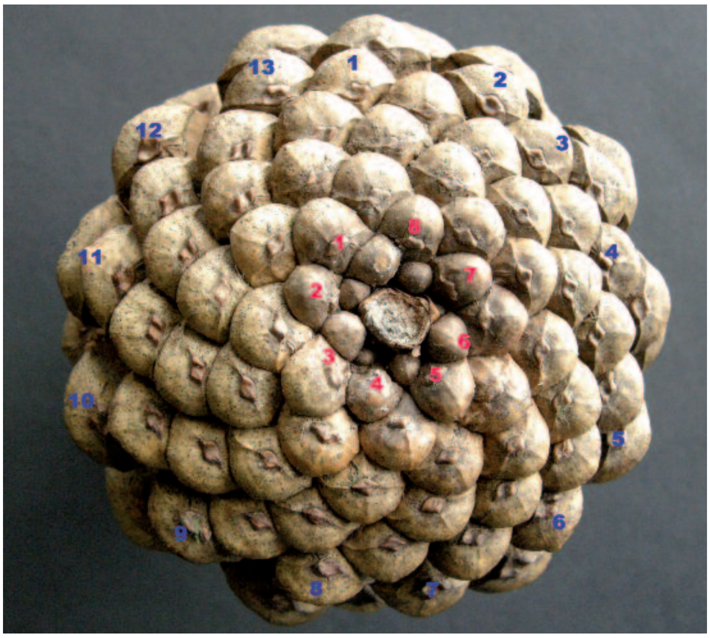

Abb. 5 (links): Die Schuppen am Zäpfchen der Waldföhre stehen in 8 Spiralen links und 13 Spiralen rechts herum.
Ill. 5 (à gauche): Les écailles de la pive du pin forment 8 spirales tournant à gauche et 13 spirales tournant à droite.

Abb. 6 (rechts): Verblühter Löwenzahnkopf mit 21 Hüllblättern.
Ill. 6 (à droite): Tête de dent de lion dépourvu de ses fleurs avec 21 bractées.

Sonnenblume mit 34 Rechtsspiralreihen von Röhrenblüten (Abb. 7, oben) und Sonneblumenscheibe mit etwa 55 Linksspiralreihen (Abb. 8, unten).
Inflorescence de tournesol avec 34 rangées spiralées de fleurs tubuleuses tournant à droite (fig. 7 en haut) et un disque de tournesol avec quelque 55 spirales tournant à gauche (fig. 8 en bas).

die Anzahl Hüllblätter des Blütenstandes oder um die Anzahl Strahlenblüten; und bei den Röhren- oder Scheibenblüten ist es die Anzahl ihrer Spiralreihen, die unser besonderes Interesse verdient. Erstaunlich konstant ist die Anzahl der Hüllblätter beim Massliebchen (*Bellis perennis*), nämlich 13 (Abb. 4). 13 ist nach 8 die nächsthöhere bevorzugte Zahl.

Der Sprung von 8 auf 13

Warum der Sprung von 8 auf 13? Es zeigt sich hier eine ganz bestimmte Gesetzmässigkeit, nämlich die, welche einer interessanten mathematischen Zahlenreihe, der ersten Fibonacci-Reihe [1)], zugrunde liegt. In dieser Reihe ist eine Zahl – von 3 an aufwärts – stets die Summe der zwei vorangehenden Zahlen. So lautet sie: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89... Das Verhältnis zweier benachbarter Zahlen nähert sich immer mehr demjenigen des Goldenen Schnitts: die kleinere Zahl verhält sich zur grösseren wie die grössere zur Summe der beiden.

Bei den Zapfen der Nadelbäume zeigt sich die Vorliebe für Fibonacci-Zahlen in doppelter Weise: In der Anordnung der Schuppen kann man Spiralen in beiden Richtungen erkennen, im Uhrzeiger- und im Gegenuhrzeigersinn. Zählt man beide aus, so findet man zwei benachbarte Fibonacci-Zahlen (Abb. 5).

Man mag einwenden, dass auch die Zahlen 4 und 6, die nicht zu der Reihe gehören, für viele Blüten, ja für ganze Familien charakteristisch sind. Das ist richtig. Aber: Die sechszähligen Blüten beispielsweise der Liliengewächse haben nicht sechs Kron- oder Staubblätter in einem Kreis, sondern es sind zwei Kreise, ein innerer und ein äusserer, mit je drei Organen. Ähnliches gilt für die Zahl 4 etwa bei den Kreuzblütlern.

Bei den Zahlen über 13 gibt es logischerweise immer mehr Abweichungen einzelner Fälle von dem zu erwartenden Mittelwert. Die Abb. 6 zeigt einen verblühten Löwenzahnkopf mit 21 Hüllblättern. Wenn man sich eine bestimmte Art von strahlenblütigen Korbblütlern vornimmt und bei einer grösseren Zahl von Köpfen die Strahlen auszählt, so findet man sehr oft eine Fibonacci-Zahl als häufigsten Wert (Mittelwert). Es seien – nach eigenen Zählungen – die folgenden Beispiele genannt, in Klammern die Nummer der Art in der «Flora Helvetica» (FH):

Mittelwert 8: Schwarze Schafgarbe (*Achillea atrata*, FH 2113), Glänzender Sonnenhut (*Rudbeckia nitida*).

Mittelwert 13: Berg-Flockenblume (*Centaurea montana*, FH 2235), Hallers Greiskraut (*Senecio halleri*, FH 2177), Gemswurz-Greiskraut (*Senecio doronicum*, FH 2186) – diese Art hat ein zweites Maximum bei 21 Strahlenblüten.

Mittelwert 21: Wiesen-Margerite (*Leucanthemum vulgare*, FH 2133), Gemswurz-Greiskraut (*Senecio doronicum*, FH 2186).

Mittelwert 34: Clusius' Gemswurz (*Doronicum clusii*, FH 2164).

Hohe Fibonacci-Zahlen können bei Korbblütlern oft auch bei der Anzahl Spiralreihen der Röhrenblüten festgestellt werden. So lassen sich mit einiger Mühe bei der Sonnenblumenscheibe in Abb. 7 34 und in Abb. 8 55 Spiralen abzählen.

Der griechische Philosoph Pythagoras (um 500 v. Chr.) und seine Schüler sahen Zahlengesetze in allem. «Alle Dinge der Natur», heisst es bei ihnen, «die Sterne und der Kosmos, sind Zahlen nachgebildet». Es ist erstaunlich, dass auch in der Botanik, die nicht zu den exakten Wissenschaften gehört, mathematische Gesetzmässigkeiten wirksam sind.